# A COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA ESCRITA

**Filipa Faria*** **e Margarida Rodrigues****

*Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa
**CIED, Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa, UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa

DOI: https://doi.org/10.25757/invep.v10i2.220

**Resumo**

O presente artigo tem por base um estudo realizado no ano letivo 2018/2019, no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada II do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Este estudo teve como objetivo principal caracterizar a comunicação matemática escrita de duas turmas de 6.º ano, no que diz respeito às dimensões de correção, clareza e argumentação matemática. Dado o paradigma interpretativo associado ao objetivo do estudo, a metodologia que se afigurou mais apropriada foi a de natureza qualitativa. Os dados foram obtidos e tratados através de uma recolha e análise documental, que abarcou as resoluções de trinta e quatro alunos a quatro tarefas matemáticas realizadas em aula. Recorreu-se também ao cálculo de frequências com o intuito de quantificar os dados recolhidos, de forma a responder às questões já mencionadas. Através dos resultados obtidos, foi possível concluir que os alunos evidenciaram um desempenho positivo na sua comunicação matemática escrita, nomeadamente por recorrerem à argumentação ao longo das suas resoluções. Entre as dimensões de correção e clareza, foi na primeira que os alunos evidenciaram um melhor desempenho.

---

Faria, F., Rodrigues, M., (2020) A comunicação matemática escrita, *Da Investigação às Práticas,* 10(2), 90 - 116.

DOI: https://doi.org/10.25757/invep.v10i2.220

Contacto: Filipa Alexandra Baptista Faria, Instituto Politécnico de Lisboa, Escola Superior de Educação de Lisboa, Campus de Benfica do IPL, 1549-003 Lisboa / filipfariaa@hotmail.com

Contacto: Margarida Rodrigues, Instituto Politécnico de Lisboa, Escola Superior de Educação de Lisboa, Campus de Benfica do IPL, 1549-003 Lisboa / margaridar@eselx.ipl.pt

(Recebido em junho de 2020, aceite para publicação em julho de 2020)

Palavras-Chave: Comunicação matemática escrita; Correção; Clareza; Argumentação

## WRITTEN COMMUNICATION IN MATHEMATICS

**Abstract**

This article will focus on a study carried out during 2018/2019 academic year, within the scope of the "Supervised Teaching Practice II" of the Master in Teaching in the 1st Cycle of Basic Education and Maths and Science in the 2nd Cycle of Basic Education. The study carried out in the 2nd Cycle of Basic Education with the purpose to characterize the written communication in Mathematics of two classes of 6th grade with regard to the correction, clarity and regard to the argumentation. Since the interpretive paradigm was associated to the main purpose of the study, qualitative methodology appeared to be more appropriate. The data were obtained through a documental collection, which included the resolutions of thirty-four students to four mathematical tasks performed in class. Frequency calculations were also used to quantify the data collected, in order to respond to the questions already mentioned. Based on the results, it was possible to conclude that the students evidenced a positive performance in their written communication in Mathematics, namely for appealing to arguments throughout their resolutions. Among the dimensions correction and clarity, it was in the first one that the students exhibited a better performance.

Keywords: Written communication in Mathematics; Correction; Clarity; Argumentation

## COMMUNICATION MATHÉMATIQUE ÉCRITE

**Résumé**

Cet article est basé sur une étude réalisée au cours de l'année académique 2018/2019 dans le cadre de la Pratique Pédagogique Supervisée II du Maîtrise en Enseignement du 1er Cycle de l'Enseignement de Base et des Mathématiques et Sciences Naturelles du 2ème Cycle de l'Enseignement de Base. Cette étude avait pour objectif principal de caractériser la communication mathématique écrite de deux classes de 6e année, en ce qui concerne les dimensions de correction, de clarté et d'argumentation mathématique. Compte tenu du paradigme interprétatif associé à l'objectif de l'étude, la méthodologie qui semblait la plus appropriée était celle de nature qualitative. Les données ont été obtenues et traitées grâce à une collecte et une analyse documentaires, qui comprenait les résolutions de trente-quatre élèves à quatre tâches mathématiques exécutées en classe. Des calculs de fréquence ont également été utilisés afin de quantifier les données collectées, afin de répondre aux questions déjà évoquées. Grâce aux résultats obtenus, il a été possible de conclure que les élèves ont montré une performance positive dans leur communication mathématique écrite, notamment en recourant à l'argumentation tout au long de leurs résolutions. Parmi les dimensions de correction et de clarté, c'est dans la première que les élèves ont montré une meilleure performance.

Mots clés: Communication mathématique écrite; Correction; Clarté; Argumentation

## COMUNICACIÓN MATEMÁTICA ESCRITA

**Resumen**

Este artículo se basa en un estudio realizado en el año académico 2018/2019 dentro del alcance de la Práctica de Enseñanza Supervisada II del Máster en Enseñanza del 1er Ciclo de Educación Básica y de Matemáticas y Ciencias Naturales en el 2º Ciclo de Educación Básica. Este estudio tuvo como objetivo principal caracterizar la comunicación matemática escrita de dos clases de sexto grado, con respecto a las dimensiones de corrección, claridad y argumentación matemática. Dado el paradigma interpretativo asociado con el objetivo del estudio, la metodología que parecía más apropiada era la de naturaleza cualitativa. Los datos se obtuvieron y procesaron a través de una recopilación y análisis documental, que incluyó las resoluciones de treinta y cuatro estudiantes a cuatro tareas matemáticas realizadas en clase. Los cálculos de frecuencia también se utilizaron para cuantificar los datos recopilados, para responder las preguntas ya mencionadas. A través de los resultados obtenidos, fue posible concluir que los estudiantes mostraron un desempeño positivo en su comunicación matemática escrita, es decir, recurriendo a la argumentación en todas sus resoluciones. Entre las dimensiones de corrección y claridad, fue en la primera que los estudiantes mostraron un mejor desempeño.

Palabras clave: Comunicación matemática escrita; Corrección; Claridad; Argumentación

## INTRODUÇÃO

O panorama atual da educação nacional preconiza a importância do desenvolvimento de competências complementares entre si que, de acordo com Ministério da Educação (Martins et al., 2017) devem ser "adequadas aos exigentes desafios destes tempos" (p. 12), das quais faz parte a competência comunicativa. A comunicação é obrigatoriamente inerente ao processo de ensino-aprendizagem e, por consequência, é também uma competência transversal a qualquer área curricular. Por sua vez, as exigências próprias da educação matemática podem ser moderadas tanto através da comunicação oral como escrita, sendo ambas as dimensões muito relevantes. Tal como referido por Sá e Zenhas (2004), a comunicação estimula o raciocínio, a autonomia, a cooperação e a criatividade, competências essas também mencionadas no Perfil dos Alunos do Século XXI (Martins et al., 2017). Uma vez que a vertente oral tem sido mais investigada do que a vertente escrita, o presente estudo centra-se apenas na comunicação escrita, visando contribuir para o conhecimento nesta área.

Posto isto, com este estudo, pretende-se caracterizar a comunicação matemática escrita de duas turmas do 6.º ano de escolaridade. Decorrentes deste objetivo, emergiram as seguintes questões de investigação: i) Como se caracteriza a comunicação matemática escrita dos alunos de duas turmas de 6.º ano no que diz respeito à correção?, ii) Como se caracteriza a comunicação matemática escrita dos alunos de duas turmas de 6.º ano no que diz respeito à clareza?, ii) Como se caracteriza a comunicação matemática escrita dos alunos de duas turmas de 6.º ano no que diz respeito à argumentação?.

## A APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

A educação matemática abarca uma panóplia de finalidades, sendo a aprendizagem desta ciência uma condição necessária a uma inserção consciente e participativa nas sociedades atuais. Deste modo, a sua aprendizagem não deveria ser reduzida à prática procedimental de contagens e operações algébricas, desprovida de sentido e significado. Em oposição, é da responsabilidade dos intervenientes educativos a construção de ambientes que proporcionem o desenvolvimento de competências matemáticas, incitando o desenvolvimento de múltiplas literacias nos alunos.

Ainda assim, o ensino-aprendizagem da matemática é frequentemente associado a maus resultados obtidos pelos alunos, rotulado, de geração em geração, como uma área de insucesso, dominado por "uma forte representação social da Matemática como uma disciplina intrinsecamente difícil, para a qual apenas um número reduzido de pessoas tem «talento»" (Ponte, Martins, Nunes, Oliveira, Carvalho e Silva, Almeida, Serrazina & Abrantes, 1998, p. 43).

Tanto para os alunos como para os professores, de acordo com a investigação de Almeida (2011), o combate ao insucesso na matemática aponta para "a implementação de tarefas e materiais diversificados, a lecionação de aulas dinâmicas e a valorização das capacidades do aluno e do elogio, como formas de conseguir essa motivação" (p. 108). No entanto, apenas um dos professores inquiridos nesse estudo fez referência à comunicação como forma de combate ao insucesso na aprendizagem matemática.

Deste modo, o sucesso na aquisição de conhecimentos e competências matemáticas está dependente não só das capacidades intelectuais e motivação dos alunos, como também da habilidade do sistema educativo em responder às suas necessidades e interesses. Assim sendo, quando se pensa em aprendizagem matemática é inevitável não pensar, simultaneamente, nas metodologias de ensino adotadas e, de acordo com a natureza dessas metodologias, na tipologia da comunicação matemática predominante.

Em metodologias em que o conhecimento é transmitido pelo professor de forma direta e universal a todos os seus alunos, a comunicação em sala apenas inclui a "exposição do professor, como um produto acabado, levando ao abandono de toda a atividade investigativa", pressupondo a repetição de técnicas "autossuficientes na produção dos resultados esperados" (Ponte *et al*, 1998, p. 44). A utilização de metodologias expositivas pressupõe que o professor irá desempenhar o papel de orador ativo e, consequentemente, os alunos assumirão o papel de ouvintes (Arends, 2008). Como consequência deste ambiente educativo, Sá e Zenhas (2004) afirmam que nestes cenários expositivos

> o professor atua rigidamente da mesma forma, tendo como guia um manual que se abre e se fecha a cada aula e em que o aluno procede de forma paralela e pouco reflexiva, registando algo no caderno diário que se abre e se fecha a cada aula. (p. 8)

Por outro lado, quando o professor tem alicerces educativos enraizados em metodologias socioconstrutivas, este procura criar ambientes que deem primazia à comunicação entre todos os intervenientes. É então através da partilha de pensamentos entre os alunos, incluindo o professor como mediador e/ou orientador deste processo, que é possível, segundo Cândido (2001), "descobrir preferências, negociar soluções, diluir as dificuldades … o que permite o

desenvolvimento de habilidades de raciocínio, como investigação, inferência, reflexão e argumentação".

Em convergência com esta posição, Ferreira e Fernandes (2012) afirmam que "a interação social privilegia o progresso cognitivo graças ao conflito sociocognitivo" (p. 46), pois, ao partilharem entre si propostas de resolução diferentes, muitas vezes até antagónicas, os alunos têm a possibilidade de avaliar, adquirir e/ou reconstruir conhecimentos.

Sem prejuízo de nenhuma das metodologias acima referidas, crê-se que um ambiente comunicativo é a base para a aquisição de aprendizagens significativas por parte dos alunos. Assim sendo, as metodologias socioconstrutivistas atribuem à comunicação um papel tão fulcral na aprendizagem quanto os recursos, instrumentos e tarefas escolhidas e construídas pelo professor ou pelos alunos.

A comunicação, cuja tipologia varia de acordo com as metodologias de ensino-aprendizagem, é considerada uma competência transversal aos conteúdos a serem trabalhados ao longo do currículo nacional de matemática, e indissociável da leitura, da escrita e da oralidade (Sá & Zenhas, 2004). Corroborando esta tese, Cai, Jakabcsin e Lane (1996) afirmam que "communication is considered as the means by which teachers and students can share the processes of learning, understanding, and doing mathematics" (p. 245). Por outras palavras, ensinar e aprender são, inegavelmente, processos naturalmente comunicativos.

## A COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA

A comunicação é inerente à condição humana, tendo evoluído ao longo dos tempos, nomeadamente no que diz respeito à sua intencionalidade, à forma como a informação é transmitida e à forma como o recetor a recebe e a interpreta. Assim sendo, a comunicação é a interação entre indivíduos, entre estes e a natureza, animais, e consigo próprios, abrangendo, "por conseguinte, domínios extremamente diversificados que compreendem atos discursivos assim como silêncios, gestos e comportamentos, olhares e posturas, ações e omissões" (Rodrigues, 2001, p. 67).

O processo de ensino-aprendizagem pode, por sua vez, adotar diferentes tipologias comunicativas, de acordo com as metodologias adotadas pelo professor, sendo estas definidas por Brendefur e Frykholm (2000) em comunicação unidirecional, comunicação contributiva, comunicação reflexiva e comunicação instrutiva.

A comunicação unidirecional, associada a um ensino do tipo expositivo, coloca o professor como o elemento central da aula, ao qual cabe a responsabilidade de transmitir os conhecimentos descritos no currículo. O aluno, por sua vez, é um mero ouvinte passivo que irá posteriormente reproduzir os ensinamentos do professor aquando da resolução de tarefas cuja natureza é maioritariamente fechada. Deste modo, "in such settings, teachers tend to dominate discussions by lecturing, asking closed questions, and allowing few opportunities for students to communicate their strategies, ideas, and thinking" (Brendefur & Frykholm, 2000, p.11).

A comunicação contributiva, também associada a um ensino expositivo, caracteriza-se porém por estratégias mobilizadas pelo professor que permitem a participação dos alunos, assim como por "... intervenções curtas, cognitivamente pouco exigentes, normalmente como resposta a perguntas de confirmação colocadas pelo professor" (Veia, Brocardo & Ponte, 2015, p. 138).

Já a comunicação reflexiva resulta de momentos de partilha multidirecional de ideias, estratégias e resultados matemáticos obtidos através de investigações e explorações (Brendefur & Frykholm, 2000), pretendendo-se com esta abordagem "que a participação dos alunos contribua para aprofundar a sua compreensão matemática" (Veia et al., 2015, p. 139).

E, por fim, a comunicação instrutiva, semelhante à comunicação reflexiva no que diz respeito aos seus intervenientes, procura que o percurso do aluno no decorrer da aula seja delineado através dos diálogos estabelecidos; assim, "as the thinking of the students is exposed, teachers not only begin to understand the thought processes, strengths, and limitations of particular students, they also begin to shape subsequente instruction" (Brendefur & Frykholm, 2000, p. 128).

Examinando as tipologias de comunicação acima referidas, concordar-se-á que o aluno não intervém na comunicação na sala de aula quando esta é unidirecional ou até mesmo contributiva. Pelo contrário, quando é dada ao aluno a oportunidade de partilhar o seu raciocínio, o professor está a fomentar o questionamento matemático e está simultaneamente a criar condições favoráveis para que as fragilidades e potencialidades de cada aluno se tornem mais facilmente observáveis.

Esta partilha ocorre em sala de aula quando o professor adota metodologias que primam pela comunicação reflexiva ou instrutiva, ou seja, metodologias assentes em ideais socioconstrutivistas. Em contexto sala de aula, para esta investigação, considerou-se que os alunos podem comunicar através de dois meios – o oral e o escrito. Falar e escrever são competências universais adquiridas pelas sociedades designadas como desenvolvidas, e inerentes ao processo de escolarização, nomeadamente na aprendizagem matemática. Posto isto,

> Falar e escrever são ferramentas importantes ao serviço da descoberta e reflexão em colaboração com os pares (Huinker & Laughlin, 1996). A linguagem oral é fundamental por servir de suporte ao pensamento e ao desenvolvimento da competência matemática (Ponte, Guerreiro, Cunha, Duarte, Martinho, Martins, et al., 2007) podendo ser utilizada previamente como apoio à escrita. A escrita favorece a estruturação de conceitos e procedimentos através de uma reflexão mais cuidada promovendo a interacção (Huinker & Laughlin, 1996). (Moreira & Fonseca, 2009, p. 2)

**A escrita: um meio de comunicação matemática**

A oralidade e a escrita são, como referido anteriormente, meios de comunicação mais ou menos mobilizados pelos alunos, de acordo com a tipologia comunicacional consequente das metodologias adotadas pelo professor e da natureza das tarefas que o mesmo propõe em sala de aula.

Estes meios de comunicação são fulcrais para que os alunos descrevam, expliquem e justifiquem o seu raciocínio, não só para os colegas e para o professor como também para eles próprios, já que estes vão clarificando e polindo os seus conhecimentos sobre os conceitos e procedimentos inerentes a esta área (NCTM, citado por Phillips & Crespo, 1996).

No entanto, ainda que sem o intuito de dar primazia à escrita em prejuízo da oralidade, diversos autores defendem que a escrita proporciona vantagens específicas, tanto para o professor como para o aluno. Considera-se deste modo que "a comunicação escrita é um processo mais complexo do que a comunicação oral em que, frequentemente, parte da comunicação fica subentendida." (Sá & Zenhas, 2004, p. 9)

A escrita é um meio de comunicação transversal a qualquer área. Esta é capaz de eternizar o que foi comunicado oralmente e até mesmo aquilo que não é dito, mas apenas pensado, ou seja, a escrita é também capaz de materializar o conhecimento. Para Cândido (2001), "a escrita é o enquadramento da realidade" (p. 23) que, apesar de não ser um processo tão rápido e maleável quanto a oralidade, é um meio comunicativo que pressupõe maior coerência e lógica. Para a mesma autora, a escrita possui ainda duas caraterísticas específicas: i) é um processo competente para resgatar a memória, visto que, ao contrário do que acontece na comunicação oral, o registo textual é um suporte materializado, permitindo ao aluno retornar a resoluções e anotações quantas vezes precisar; e ii) é um registo que permite a comunicação à distância, seja esta espacial ou temporal.

Para Pimm (1897), citado por Phillips e Crespo (1996), a escrita tem a capacidade de exteriorizar o pensamento mais do que a oralidade, pois implica momentos de planeamento, reflexão e/ou de reorganização das ideias matemáticas que os alunos possuem. Na mesma linha de pensamento, Guerreiro (2011) afirma que a escrita em particular "ajuda-nos a refletir sobre a nossa experiência matemática, construindo e reconstruindo o sentido das significações matemáticas" (p. 20).

Um estudo realizado por Goldsby e Cozza (2002), citado por Kostos e Shin (2010), concluiu que a escrita

> can be a window into the mind of the student who is engaged in mathematical activities, providing the opportunity to "see" the why, not just the how, of the student's thinking and enabling the student to clarify and extend that thinking. (p. 225)

O Programa de Matemática do Ensino Básico (Bivar et al., 2013) identifica a escrita como parte integrante da comunicação matemática, dando ênfase à necessidade de se incentivar os alunos a redigir "as suas respostas, explicando adequadamente o seu raciocínio e apresentando as suas conclusões de forma clara, escrevendo em português correto e evitando a utilização de símbolos matemáticos como abreviaturas estenográficas" (p. 5). Como se verifica pela citação anterior, trata-se de uma visão um tanto redutora da comunicação matemática, pois incide mais na correção linguística do que propriamente em aspetos matemáticos.

Atualmente, cabe aos professores terem como linhas orientadoras, para além dos programas em vigor, o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Martins et al., 2017) e as

Aprendizagens Essenciais (ME, 2018), documentos oficiais lançados pelo Ministério da Educação em Portugal. No primeiro, a escrita é incluída num leque de literacias múltiplas, estando contida essencialmente na área de Linguagens e textos, através da qual se ambiciona que os alunos sejam capazes de compreender e expressar-se em diversas modalidades, sendo uma delas a escrita. A área de Informação e comunicação pressupõe, mesmo que de forma implícita, a utilização da escrita como meio para transformar a informação em conhecimento e, posteriormente, divulgá-lo. No segundo documento, lê-se que uma das finalidades principais do ensino da Matemática é "promover a aquisição e desenvolvimento de conhecimento e experiências em Matemática e a capacidade da sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos" (p. 2). Em sincronia com esta finalidade, as Aprendizagens Essenciais (ME, 2018) têm como objetivo que os alunos "desenvolvam a capacidade de comunicar em Matemática, por forma a serem capazes de descrever, explicar e justificar, oralmente e por escrito, as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões que obtêm" (p. 2).

Ainda que a escrita esteja contemplada nos três documentos que orientam, na atualidade, o ensino-aprendizagem da Matemática, uma análise mais atenta permite compreender que esta não assume a mesma dimensão em todos eles. De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (Bivar et al.,2013), a escrita em matemática tem apenas o papel de registo, em que prevalece um maior cuidado com questões de ortografia e clareza textual. Depreende-se assim que, de acordo com este documento oficial, os cuidados a ter com a escrita na comunicação matemática são focados em questões linguísticas. Não querendo minimizar a sua importância, a escrita enquanto meio de comunicação em matemática abrange outros aspetos que se consideram de ordem superior e que não são referidos neste documento.

Apesar de já não se encontrar em vigor, a versão do Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 (Ponte et al., 2007), prévia à atual, refere-se à escrita como uma "oportunidade de clarificar e elaborar de modo mais aprofundado as suas estratégias e os seus argumentos [dos alunos], desenvolvendo a sua sensibilidade para a importância do rigor no uso da linguagem matemática" (pp. 9-10). A versão de 2007 salienta ainda que a escrita de "pequenos textos, incluindo descrições, composições, explicações e novos problemas" (p. 32) contribui também para o desenvolvimento da comunicação matemática, visto permitir que os alunos possam "expressar e representar as suas ideias, passando a informação de um tipo de representação para outro e usando de forma adequada a simbologia e a terminologia da Matemática para produzir textos matemáticos e relatórios" (p. 49).

Torna-se então visível o desfasamento do relevo atribuído à comunicação escrita em matemática entre o programa atual e o anterior. Crê-se que o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Martins et al., 2017) e as Aprendizagens Essenciais (ME, 2018) estão em sintonia com o programa de 2007, que atribui à escrita o papel comunicativo que ela realmente deveria ocupar na aprendizagem de conteúdos matemáticos.

De um modo sucinto, os autores e documentos supracitados permitem ao leitor encontrar consequências vantajosas da escrita para os alunos como, por exemplo, levá-los a refletir sobre os seus conhecimentos e raciocínios e, inclusive, a aprimorá-los através dessa reflexão. Ao professor, por exemplo, é dada a possibilidade de "ver" o raciocínio dos seus alunos, muitas vezes não espelhado o suficiente na comunicação oral ou, no pior cenário, quando os alunos

são apenas confrontados com tarefas de natureza fechada, em que o seu raciocínio não é, por norma, questionado.

Escrever em Matemática não é, no entanto, uma estratégia usual e pode, inclusive, causar ansiedade tanto nos professores como nos alunos. De acordo com Sá & Zenhas (2004), estes últimos não possuem hábitos de escrita autónoma e ainda menos de autorreflexão sobre os seus conhecimentos. Cabe ao professor o complexo dever de orientar este processo e de garantir que os alunos compreendam que na escrita reside a oportunidade de autorregularem as suas aprendizagens.

Inerente ao papel do professor está ainda associada a responsabilidade de analisar a comunicação matemática escrita dos seus alunos. Esta análise permite não só acompanhar o processo de ensino-aprendizagem de forma individual e diferenciada como também possibilita que o professor avalie a sua prática educativa, refletindo inclusive sobre a qualidade da sua própria comunicação.

A distinção entre procedimentos e a argumentação matemática deverá, de acordo com Yackel e Cobb (1996), ser explorada e definida em cooperação com os alunos, integrada nas normas sociomatemáticas da turma. A argumentação na aula de Matemática pode assumir raciocínios de caráter explicativo e justificativo e está, de acordo com Boavida (2005), destinada a "diminuir riscos de erro ou incerteza na escolha de um caminho, seja a convencer um auditório a aceitar ou rejeitar certos enunciados, ideias ou posições" (p. 1). Para esta autora, ainda que a argumentação seja de natureza discursiva, esta não exclui a presença de elementos não discursivos (figuras, dados numéricos ou algébricos), ainda que o auditório para quem o aluno apresenta a sua argumentação possa ser apenas o próprio aluno.

Neste sentido, questionou-se a pertinência de contemplar a argumentação como uma das dimensões da comunicação matemática escrita. Quando a matemática escolar procura desenvolver o raciocínio, esta deve, de acordo com Cai, Magone, Wang e Lane (1996), criar ambientes em que os alunos possam justificar as suas respostas e processos de resolução, elaborar e testar conjeturas e argumentos matemáticos e, ainda, validar o seu próprio raciocínio. Os autores supramencionados referem também que, ao longo do seu estudo, 95% das argumentações apresentadas foram sobre a forma de registo escrito, enquanto 5% tiveram por base registos pictóricos ou resultaram da união entre a linguagem simbólica e natural.

No entanto, também a argumentação pode ser organizada em explicação ou justificação. A primeira, de acordo com Yackel e Cobb (1996), "tem como propósito clarificar aspetos do pensamento matemático de uma pessoa que pode não ser visível a outros. Por conseguinte, o que é oferecido como como uma explicação é relativo às expectativas percebidas por outros" (p. 13). Consequentemente, a explicação pode descrever os procedimentos realizados ou descrever ações matemáticas.

Quando um aluno reflete sobre as suas explicações, transportando essa reflexão para a sua comunicação matemática, pressupõe-se a tentativa deste aluno para elaborar uma justificação, processo cognitivamente mais complexo do que a descrição associada às explicações, uma vez que envolve a fundamentação de uma dada afirmação matemática. Deste modo, os alunos começam a sentir a necessidade de se justificarem quando apresentam argumentos matemáticos

para validar a sua explicação aos outros. Distinguir a explicação e a justificação durante o ensino é difícil e não necessariamente vantajoso visto que as suas diferenças são bastante subtis (Whitenack & Yackel, 2008, p. 86).

## METODOLOGIA

O estudo, desenvolvido no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada, teve como objetivo caracterizar a comunicação matemática escrita de duas turmas do 6.º ano de escolaridade, nomeadamente no que diz respeito à sua correção, clareza e argumentação.

### Técnicas de recolha e análise de dados

Os dados recolhidos ao longo do estudo são de origem primária, visto terem sido "obtidos e produzidos diretamente do processo de investigação", ao contrário dos dados secundários, oriundos de fontes já existentes e produzidos por outros autores (Ruas, 2017, p. 116).

As técnicas de recolha de dados são, como nos apresentam Sousa e Baptista (2011), "o conjunto de processos operativos que nos permite recolher os dados empíricos que são uma parte fundamental do processo de investigação" (p.70). Para realizar a recolha desses dados primários, a técnica que se afigurou mais adequada foi a recolha documental.

Os documentos recolhidos são de caráter pessoal, visto terem sido escritos pelos alunos (Bogdan & Biklen, 1994), têm uma natureza textual e o seu formato original é em suporte papel. Na presente investigação, os mesmos provêm dos registos de comunicação escrita consequentes das tarefas matemáticas realizadas em aula.

Após a recolha dos dados, deu-se início ao processo analítico que consiste na tentativa do investigador em organizar de forma sistemática os dados recolhidos, "com objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos" dados para, posteriormente, decidir o que "vai ser transmitido aos outros" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205).

Visto que o objeto em análise é a comunicação matemática escrita dos alunos, a técnica que se afigurou mais apropriada foi a análise de conteúdo, que, de acordo com Bardin (1977), "aparece como um conjunto de técnicas de análise das comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens" (p. 38). Foram então alvo de análise de conteúdo as resoluções de quatro tarefas individuais (cf. Anexo 1), concretizadas ao longo da investigação (cf. Tabela 1), tendo sido dado aos alunos entre 20 a 30 minutos para a sua realização.

**Tabela 1**

*Número, título e data da realização das tarefas em cada turma*

| Tarefas | Datas de realização em cada turma |
|---|---|
| **Tarefa 1** – Carta ao senhor Joaquim | A - 1 de fevereiro<br>B - 1 de fevereiro |
| **Tarefa 2** – Comparação de potências | A - 7 de fevereiro<br>B - 6 de fevereiro |
| **Tarefa 3** – Números primos e números compostos (enunciado original) | A - 20 de fevereiro<br>B - 19 de fevereiro |
| **Tarefa 4** - Números primos e números compostos (enunciado adaptado) | A - 21 de fevereiro<br>B - 20 de fevereiro |

É necessário ressalvar que a análise de conteúdo não pressupõe a concretização de uma análise linguística, visto que esta "estuda a língua para descrever o seu funcionamento", mas sim de uma análise do que está "por trás das palavras sobre as quais se debruça" em "busca de outras realidades através das mensagens" (Bardin, 1977, p.44).

Esta técnica de análise de dados, comummente utilizada em estudos qualitativos, está estruturada em três etapas, de acordo com Bardin (2011), citado por Coutinho (2019), sendo estas a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados. Na primeira etapa, ocorre uma preparação e organização do material, de que emergem as questões de investigação e os indicadores de análise. A segunda etapa consiste no período em que o investigador se encontra a "organizar os dados e os transforma de acordo com um quadro teórico" (p. 218). Para Coutinho (2019), esta é a etapa mais longa, pois acarreta a codificação, à qual estão inerentes os processos de recorte, enumeração e categorização. Por fim, na terceira etapa, realiza-se a interpretação dos dados, tendo por suporte a fundamentação teórica em evidência.

Nesta investigação, a segunda etapa, ou seja, a exploração do material, foi realizada através do preenchimento de grelhas de análise individual, por forma a evitar posteriores categorizações imprecisas ou dúbias. Para a estruturação destas grelhas, recorreu-se a um dos exemplos proporcionados por Sá e Zenhas (2004). De acordo com as grelhas originais, mantiveram-se as secções de utilização de ideias e vocabulário matemático (quantidade, relação e incorreções), clareza do discurso (coerência frásica e textual e coerência matemática), qualidade da mobilização da ilustração e, ainda, a secção da apreciação geral. Contudo, foi necessário acrescentar duas secções: subcategorias de qualidade e nível categórico da qualidade. Ainda em relação à segunda etapa de análise de conteúdo, a fase de recorte obedeceu ao critério de unidades de registo semântico, tendo em consideração o contexto matemático de cada uma das tarefas. Assim sendo, as unidades de registo consistiram no vocabulário mobilizado pelos alunos.

Por sua vez, a fase de enumeração consistiu em posicionar os alunos nas subcategorias associadas a cada uma das três categorias analíticas. As dimensões correção e clareza foram percecionadas à semelhança do trabalho desenvolvido por Cai et al. (1996), tendo havido, no entanto, a necessidade de balizá-las de forma mais nítida. Deste modo, a dimensão correção englobou indicadores que tinham como objetivo aferir a correção do vocabulário matemático,

das fórmulas, da identificação de medidas e da adequação das operações aritméticas referidas ou realizadas pelos alunos. Salienta-se que nesta dimensão não se procurou analisar a correção de resultados provenientes de operações aritméticas. A dimensão clareza, por sua vez, teve como finalidade aferir se as propostas de resolução dos alunos estavam completas – descreviam todos os passos necessários à compreensão do seu pensamento lógico-matemático – e se estavam estruturadas –; os passos resolutivos, por sua vez, permitiram progressão para novos dados ou conclusões matemáticas e foram apresentados de forma estruturada.

Considerou-se pertinente a introdução da dimensão argumentação, dada a possibilidade de os alunos apresentarem resoluções exclusivamente procedimentais. Deste modo, compreende-se que numa comunicação que apenas apresente resoluções do tipo procedimental não se pode analisar as dimensões nos moldes sobre as quais estas são expostas. Assim sendo, na dimensão argumentação, tentou-se compreender se os alunos suportam as suas resoluções em explicações e/ou em justificações matemáticas, ainda que não se pretenda realizar este tipo de distinção.

**Tabela 1**

*Categorias e subcategorias da comunicação matemática escrita*

| **Categorias e subcategorias da comunicação matemática escrita** | |
|---|---|
| **Categorias** | **Subcategorias** |
| A. Correção | **A1**-Totalmente correta<br>**A2-** Quase correta<br>**A3-** Parcialmente correta<br>**A4-** Incorreções significativas |
| B. Clareza | **B1-** Totalmente clara<br>**B2-** Quase clara<br>**B3-** Parcialmente clara<br>**B4-** Pouco clara |
| C. Argumentação | O aluno apresenta argumentação do tipo explicativo, quando clarifica aspetos do seu pensamento matemático que não são percetíveis para os outros, **e/ou** do tipo justificativo, quando apresenta argumentos matemáticos para validar a sua explicação aos outros. |

Concluída a fase de enumeração, deu-se início à última fase da etapa exploração do material – a categorização –, utilizando para tal níveis categoriais. Para a sua elaboração, consideraram-se várias combinações entre as subcategorias (cf. Tabela 3). Os indicadores de cada nível aproximam-se dos indicadores elaborados por Cai et al. (1996), no entanto, foram realizadas as seguintes alterações: 1) aquando da elaboração dos indicadores de cada nível, admitiu-se que o desempenho do aluno poderia não ser igual nas dimensões correção e clareza; e 2) no caso de uma resolução exclusivamente procedimental se encontrar num nível superior de qualidade quando comparada com uma resolução vaga e/ou com incorreções significativas.

Na última etapa da análise de conteúdo – tratamento dos resultados –, recorreu-se a procedimentos quantitativos por forma a apresentar, através de um modo descritivo, as

frequências dos dados recolhidos. Para a obtenção dessas frequências, recorreu-se ao software SPSS.

**Tabela 2**

*Níveis da comunicação matemática escrita*

| **Níveis da comunicação matemática escrita** | |
|---|---|
| **Níveis** | **Indicadores** |
| **Nível 5** | Totalmente correta, clara e apresenta argumentação.<br>**(A1,B1, C)** |
| **Nível 4** | Quase correta e/ou quase clara e apresenta argumentação.<br>**(A1, B2, C) (A2, B1, C) (A2,B2, C)** |
| **Nível 3** | Parcialmente completa e/ou parcialmente correta e apresenta argumentação.<br>**(A1, B3, C) (A2, B3, C) (A3, B1, C) (A3, B2, C) (A3, B3, C)** |
| **Nível 2** | Apresentação de uma resolução correta/incorreta e/ou clara/pouco clara que seja de natureza exclusivamente procedimental (linguagem simbólica associada a algoritmos e fórmulas matemáticas). |
| **Nível 1** | Vago e/ou com incorreções significativas.<br>**(A1,B4) (A2,B4) (A3,B4) (A4,B1) (A4,B2) (A4,B3) (A4,B4)** |
| **Nível 0** | Sem apresentação de informação suficiente. |

## Caracterização dos participantes

As tarefas inerentes à investigação foram realizadas em duas turmas de 6.º ano de escolaridade, num total de 34 alunos, com idades compreendidas entre os 11 e os 15 anos. Em ambas as turmas, existiam alunos com NSE, nomeadamente com carências do sistema auditivo, desde surdez leve a surdez profunda.

Os participantes deste estudo aproximam-se de amostragem por conveniência (visto que a investigação surgiu do contexto da prática), tendo estes sido "escolhidos em razão da sua presença num local, num dado momento" (Freixo, 2012, p. 213).

## Princípios éticos

A presente investigação assentou em normas éticas previamente pensadas e definidas. Estas normas são "relativas aos procedimentos considerados corretos e incorretos" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 75), nomeadamente no que diz respeito à proteção de todos os intervenientes e à autenticidade dos dados recolhidos. Por este motivo, foi certificado o direito ao anonimato, não havendo qualquer identificação do nome dos alunos, professores ou outro interveniente educativo, nem mesmo através da atribuição de nomes fictícios. A confidencialidade foi também assegurada, garantindo que os dados recolhidos não fossem publicamente expostos, sendo a sua análise exclusiva à elaboração do estudo.

A fidelidade constituiu também um princípio ético normativo do presente estudo. Assim, foi adotada uma postura interpretativa perante os dados recolhidos, preservando a sua

autenticidade, ao invés de uma postura avaliativa o que, para Martinho (2007), citando Fontana e Frey (1994), é uma atitude crucial para evitar juízos de valor em relação ao objeto de estudo.

## RESULTADOS

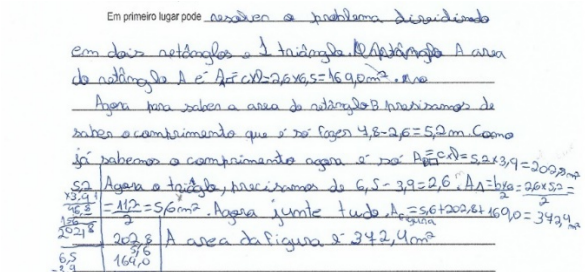
### Apresentação qualitativa de resultados – dimensões da comunicação matemática escrita

### Correção

Como exemplo à subcategoria totalmente correta, recorre-se à resolução (cf. Figura 1) facultada para a tarefa 1. A aluna 8 apresentou corretamente as fórmulas das áreas a determinar e foi capaz de identificar as medidas correspondentes ao comprimento, largura, base e altura das figuras com as quais trabalhou. Mobilizou corretamente a adição enquanto estratégia para obter a área pedida e utiliza com correção as unidades de medida, tanto de comprimento como de área.

**Figura 1**

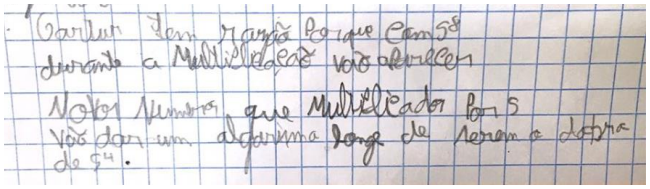
*Resolução da aluna 8 à tarefa 1*




Na tarefa 2, o aluno 20 apresentou uma resolução quase correta (cf. Figura 2). Quando o aluno refere que "durante a multiplicação vão aparecer novos números", deixa subentendida a sua compreensão do conceito potência, que se considera correto. No entanto, o aluno aplica inadvertidamente a palavra algarismo, invés de número.

**Figura 2**

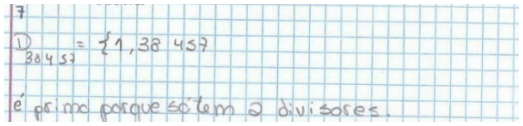
*Resolução do aluno 20 à tarefa 2*



A subcategoria parcialmente correta pode ser ilustrada (cf. Figura 3) através da resolução da aluna 25 à tarefa 3. Ainda que a resposta apresentada pela aluna não esteja correta, uma vez que o número dado é composto e não primo, a aluna consegue definir de forma correta o conceito número primo.

**Figura 3**

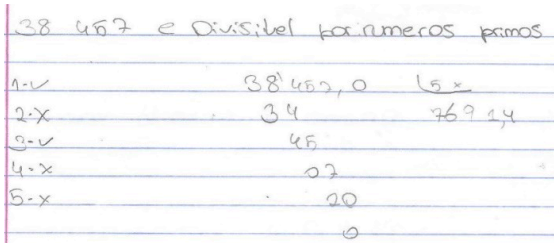
*Resolução da aluna 25 à tarefa 3*



Por fim, um exemplo com incorreções significativas é a resolução apresentada pela aluna 18 à tarefa 4 (cf. Figura 4). Ao afirmar que o número dado é divisível por números primos mostra que a aluna não considerou que existem números primos maiores do que o número dado. A resolução demonstra que a aluna não compreendeu o conceito de número primo e de número composto.

**Figura 4**

*Resolução da aluna 18 à tarefa 4*



As incorreções mais frequentes, de acordo com a análise de conteúdo, centraram-se na distinção entre número e algarismo, nos conceitos composição/decomposição de figuras, e

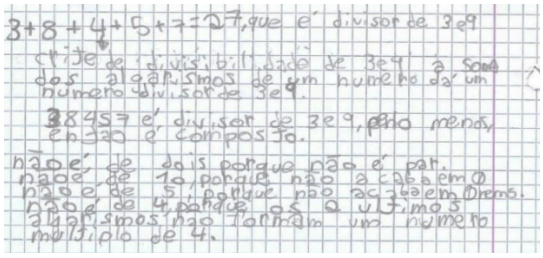
também na adequação das operações. Neste último caso, verificou-se que os alunos, aquando do cálculo de potências, assumiram inicialmente a base como um fator que se repete o número de vezes determinadas pelo expoente, mas, assim que davam continuidade à operação, substituíam o sinal de multiplicação pelo sinal de adição, adicionando os ditos fatores em vez de os multiplicar.

### Clareza

Para ilustrar a subcategoria totalmente clara, recorre-se à resolução da aluna 14 à tarefa 4 (cf. Figura 5). Esta explicita claramente critérios de divisibilidade como estratégia para progredir matematicamente, caracterizou o número como composto, apresenta as razões que a levaram a esta caracterização e ainda faculta exemplos de divisores do número dado. A sua resolução está deste modo completa e estruturada.

**Figura 5**

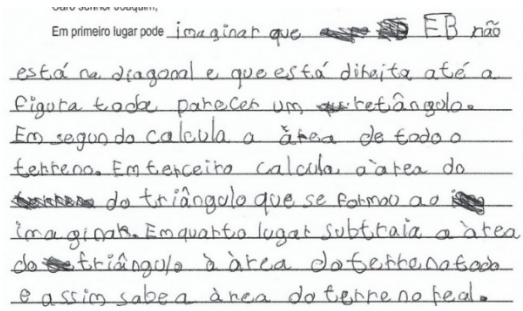
*Resolução da aluna 14 à tarefa 4*




Já a resolução da aluna 15 à tarefa 1 (cf. Figura 6) serve como exemplo à subcategoria quase clara. Considera-se que a aluna apenas não apresentou as fórmulas das áreas a determinar e, consequentemente, não identificou as medidas e as unidades de medida com as quais iria trabalhar. No entanto, através de linguagem natural, a aluna explicita claramente com que figuras está a trabalhar e ainda a operação aritmética a realizar para a obtenção da área final.

**Figura 6**

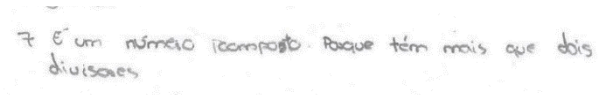
*Resolução da aluna 15 à tarefa 1*



A subcategoria parcialmente clara pode ser ilustrada através da resolução do aluno 6 à tarefa 3 (cf. Figura 7). O aluno não apresenta a estratégia por si utilizada para progredir matematicamente e não faculta exemplos de divisores do número dado. Ainda que o aluno caraterize o número quanto aos seus divisores, uma vez que a sua resolução apenas apresenta uma progressão matemática parcial, não é possível verificar se o aluno consegue, ou não, averiguar se um número é primo ou composto.

**Figura 7**

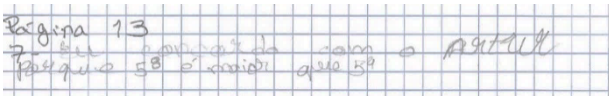
*Resolução do aluno 6 à tarefa 3*




Por fim, a subcategoria pouco clara está exemplificada na resolução da aluna 3 à tarefa 2 (cf. Figura 8). Não se considera que a aluna progrida matematicamente pois a sua resposta é apenas uma repetição de uma informação que consta no enunciado. Considera-se que a proposta de resolução está muito incompleta e com estrutura débil.

**Figura 8**

*Resolução da aluna 3 à tarefa 2*



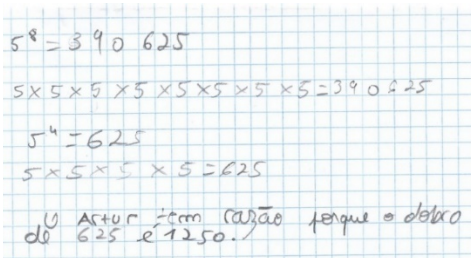

De acordo com a análise qualitativa, os alunos tendem a deixar alguns passos considerados intermédios subentendidos. Na tarefa 3, por exemplo, constatou-se que os alunos escreviam a sua resposta, mas não descreviam as estratégias utilizadas para chegar a tal conclusão matemática.

### Argumentação

A subcategoria com argumentação pode ser ilustrada através da resolução do aluno 22 à tarefa 2 (cf. Figura 9), visto que, através da união entre a linguagem simbólica e a linguagem natural, este utiliza um contraexemplo para justificar a sua afirmação.

**Figura 9**

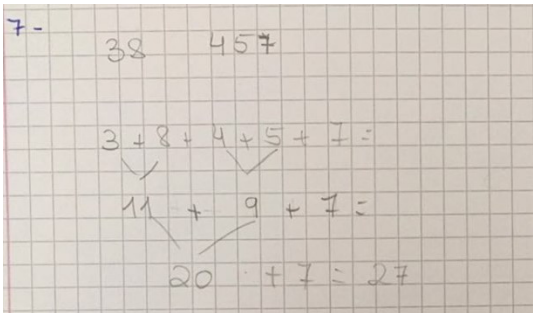
*Resolução do aluno 22 à tarefa 2*




Já no que diz respeito à subcategoria sem argumentação, veja-se para a resolução da aluna 27 à tarefa 3 (cf. Figura 10), em que esta apenas regista o seu procedimento, sem qualquer recurso à linguagem discursiva.

***Figura 10***

*Resolução da aluna 27 à tarefa 3*




As resoluções evidenciaram que os alunos procuram explicar e/ou justificar estas últimas, ainda que estes registos não se encontrassem, por vezes, totalmente corretos e/ou totalmente claros.

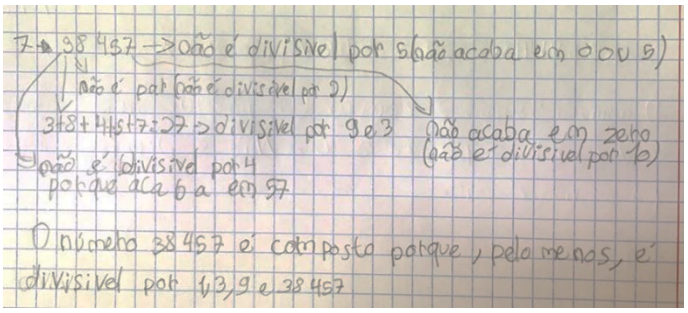
## Apresentação qualitativa de resultados - níveis categoriais de qualidade

### Nível 5

Para ilustrar o nível 5, recorre-se à resolução da aluna 15 à tarefa 4 (cf. Figura 11), dado que esta se insere nas subcategorias A1, B1 e C. O vocabulário mobilizado pela aluna foi correto e adequado, a mesma descreveu todos os passos resolutivos necessários à compreensão do seu pensamento logico-matemático e apresenta ainda argumentação quando justifica o motivo pelo qual o número é composto.

***Figura 11***

*Resolução da aluna 15 à tarefa 4*

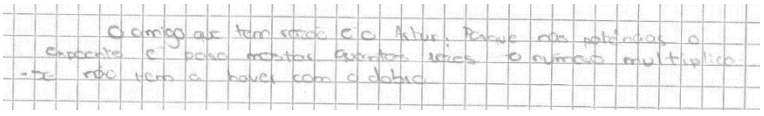



**Nível 4**

A resolução do aluno 6 à tarefa 2 (cf. Figura 12) é representativa do nível 4, uma vez que se insere nas subcategorias A1, B2 e C. Considerou-se que esta resolução estava quase clara (B2), uma vez que o aluno não conclui que uma potência não é o dobro da outra quando a base é a mesma e um dos expoentes é o dobro do outro. No entanto, apresenta uma justificação (C) válida quando remete para o significado do expoente, distinguindo-o do significado de dobro.

**Figura 12**

*Resolução do aluno 6 à tarefa 2*



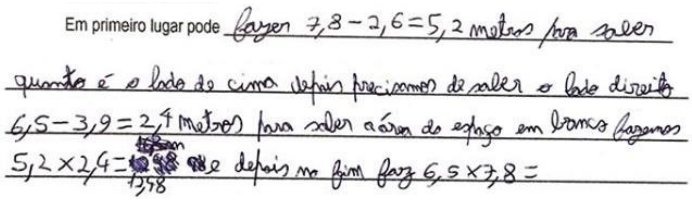
**Nível 3**

Para ilustrar o nível 3, tem-se como suporte a resolução do aluno 14 à tarefa 1 (cf. Figura 13), uma vez que se insere nas subcategorias A3, B3 e C. Esta está parcialmente correta, uma vez que o aluno utiliza as expressões lado de cima e lado direito para se referir a um dos lados do retângulo e, ainda, a expressão espaço branco para se referir à área de um triângulo, sendo que poderia, para tal, ter recorrido aos pontos da figura. O aluno demonstra também não mobilizar

corretamente a fórmula da área de um triângulo. A resolução é considerada parcialmente clara, dado que o aluno não apresenta as fórmulas das áreas das figuras a que se refere e não refere se seria necessário adicionar ou subtrair áreas intermédias para obter a área do terreno. A argumentação é do tipo explicativo, uma vez que, por exemplo, o aluno explica o motivo pelo qual opera com determinadas medidas.

***Figura 13***

*Resolução do aluno 14 à tarefa 1*

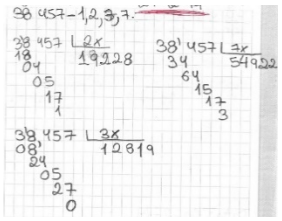



**Nível 2**

A resolução apresentada pelo aluno 11 à tarefa 3 (cf. Figura 14) é feita exclusivamente através de linguagem simbólica. Deste modo, não foi possível analisar as dimensões correção, clareza e argumentação, nos moldes em que as mesmas estão definidas.

***Figura 14***

*Resolução do aluno 11 à tarefa 3*



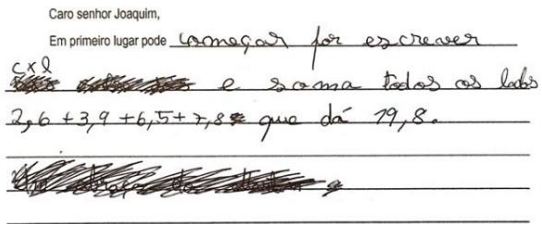
**Nível 1**

O nível 1 pode ser ilustrado, por sua vez, através da resolução do aluno 10 à tarefa 1 (cf. Figura 15), uma vez que se insere nas subcategorias A4 e B3. Ainda que o aluno apresente uma resolução com incorreções significativas, na medida em que o procedimento realizado não se

adequa à tarefa, este é parcialmente claro quanto ao procedimento para determinar o perímetro.

**Figura 15**

*Resolução do aluno 10 à tarefa 1*




**Nível 0**

Por forma a ilustrar o nível 0, recorre-se à resolução do aluno 33 à tarefa 2 (cf. Figura 16) Apesar de o aluno afirmar qual dos rapazes estava correto, não apresenta vocabulário, fórmulas, operações, entre outros, que pudessem ser analisados, não descreve o seu pensamento lógico-matemático e não argumenta a sua resposta.

**Figura 16**

*Resolução do aluno 33 à tarefa 2*




**Apresentação quantitativa de resultados - dimensões da comunicação matemática escrita**

Na dimensão correção, 45,6% das resoluções apresentadas evidenciaram desempenhos positivos, encontrando-se quase ou totalmente corretas. Já 19,8% apresentaram um desempenho menos satisfatório, encontrando-se parcialmente corretas ou com incorreções significativas. Não foi possível analisar esta dimensão em 34,6% do número total de resoluções apresentadas ao longo da investigação, nomeadamente as que apresentavam unicamente procedimentos simbólicos e para as quais não poderia analisar a correção do vocabulário matemático usado.

Já no que diz respeito à dimensão clareza, 28,7% das resoluções apresentadas evidenciaram desempenhos positivos, encontrando-se quase ou totalmente claras. Por outro lado, 36,8%

apresentaram um desempenho menos satisfatório, apresentando resoluções parcialmente ou pouco claras. À semelhança da dimensão correção, não foi possível analisar a clareza em 34,6% do número total de resoluções apresentadas.

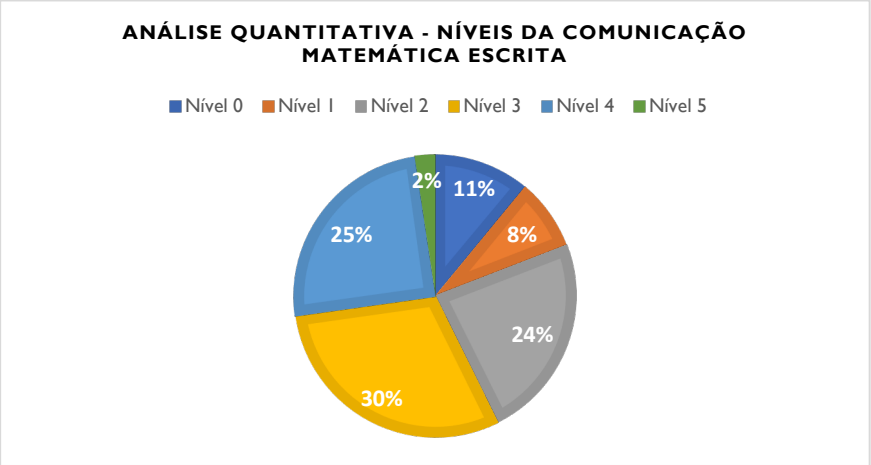
Por fim, em relação à dimensão argumentação, verificou-se que 57,4% das resoluções apresentavam argumentação, ou sejam, os alunos explicaram e/ou justificaram o seu raciocínio matemático. Em contrapartida, 42,6% das resoluções não apresentaram argumentação.

**Apresentação quantitativa de resultados - níveis da comunicação matemática escrita**

Das 136 resoluções analisadas, cerca de 27% evidenciaram um desempenho positivo, localizando-se entre o nível 4 e o nível 5. A maior parte das resoluções (cerca de 30%) demonstrou num desempenho de nível 3 e cerca de 24% apresentaram resoluções exclusivamente procedimentais, ou seja, de nível 2. Do número total de resoluções, apenas cerca de 19% evidenciaram um desempenho pouco satisfatório, categorizadas entre o nível 0 e o nível 1.

**Figura 17**

*Análise quantitativa – níveis de comunicação matemática escrita*



## CONCLUSÕES

Procurou-se caracterizar a comunicação matemática escrita dos alunos de duas turmas de 6.º ano no que diz respeito à correção, à clareza e à argumentação. De forma a ter uma visão mais global sobre esta competência, procurou-se também tirar conclusões das relações que se estabelecem entre a correção, clareza e argumentação, relações essas representadas sob a forma de níveis categoriais.

Assim sendo, em relação à primeira questão – Como se caracteriza a comunicação matemática escrita dos alunos de duas turmas de 6.º ano no que diz respeito à correção? – verificou-se, considerando as resoluções quase totalmente corretas, que aproximadamente metade dos alunos evidenciou um desempenho positivo na mobilização e adequação do vocabulário matemático, na identificação de medidas, na mobilização de fórmulas e na seleção das operações.

Se considerarmos as resoluções parcialmente corretas e aquelas com incorreções significativas como um grupo de desempenho que ainda não é satisfatório, verificamos que estas resoluções se aproximaram mais de um desempenho positivo do que de um desempenho insatisfatório. Tal é possível verificar, dado que a percentagem de incorreções significativas foi surpreendentemente baixa, quando comparada com a percentagem de resoluções parcialmente corretas.

Cerca de um terço das resoluções revelaram que os alunos não recorreram à linguagem discursiva. Este facto não significa obrigatoriamente que os alunos não fossem detentores de conhecimentos, podendo parte destes, por outro lado, revelar dificuldades em recorrer à linguagem discursiva em Matemática.

Procurou-se que os alunos utilizassem vocabulário próprio da matemática, de forma a aprimorarem a sua comunicação através linguagem utilizada. Em momentos de discussão e até mesmo de trabalho individual, deu-se particular atenção ao vocabulário dos alunos, ajudando-os, numa primeira etapa, a clarificar alguns conceitos, para, posteriormente, realizar uma reestruturação da sua comunicação. Deste modo, ainda que o desempenho positivo se evidencie apenas em cerca de metade das resoluções, já se considera que a dimensão correção revelou sinais satisfatórios.

No que diz respeito à segunda questão – Como se caracteriza a comunicação matemática escrita dos alunos de duas turmas de 6.º ano no que diz respeito à clareza? – verifica-se que cerca de um quarto das resoluções encontrava-se quase ou totalmente clara, o que revela que ainda existia alguma dificuldade em descrever todos os passos resolutivos de forma estruturada.

A distribuição dos alunos entre as subcategorias pouco e parcialmente clara revelou que estes estavam mais próximos de atingir desempenhos positivos do que insatisfatórios. Isto verifica-se, já que a frequência de resoluções parcialmente claras é maior quando comparada com as resoluções pouco claras.

O que se conclui através destes dados é que, nestas turmas, os alunos já revelaram alguma agilidade para clarificar as suas ideias matemáticas através da escrita. Considera-se que a

omissão de informações limita a potencialidade reguladora da comunicação matemática escrita, pois não permite, por exemplo, uma visão mais ampla e real daquele que foi o raciocínio dos alunos. Por este motivo, ao longo da prática de intervenção, procurou-se criar, selecionar e adaptar tarefas de modo a que estas dessem origem, de forma explícita, à descrição, tanto oral como escrita, dos passos resolutivos. A discussão e a escrita entre pares, impulsionada por alguns momentos de trabalho cooperativo, nomeadamente sobre os critérios de divisibilidade, poderão ter contribuído de forma positiva para a dimensão clareza. Esta tipologia de trabalho cria nos alunos, de acordo com Sá e Zenhas (2004), "mais oportunidades de verbalizar os seus pensamentos, confrontar os seus pontos de vista, esgrimir argumentos, ouvir outros pontos de vista e contra-argumentar com os seus pares" (p. 9), tornando-se estes mais autónomos e reflexivos na sua comunicação escrita.

No que diz respeito à última questão de investigação colocada – Como se caracteriza a comunicação matemática escrita dos alunos de duas turmas de 6.º ano no que diz respeito à argumentação? –, verificou-se que as frequências provenientes da argumentação revelaram que, em pouco mais de metade das resoluções, os alunos procuraram explicar e/ou justificar o seu raciocínio. A dimensão argumentação foi analisada à luz das dimensões correção e clareza, tornando-a dependente das subcategorias destas duas dimensões, dado que foi tido em conta a não existência de argumentação em resoluções com incorreções significativas e/ou pouco claras, tampouco em resoluções exclusivamente procedimentais.

Para Yackel e Cobb (1996), as explicações e justificações matemáticas surgem de um processo comunicativo, ainda que com complexidades diferentes, em que o objetivo do aluno é validar a sua resolução perante si próprio ou perante um outro auditório. Aprender matemática com compreensão é, para Boavida (2005), valorizar o raciocínio, remetendo-o consequentemente para ações como explicar e justificar. De modo a estimular o raciocínio, elaboraram-se tarefas de natureza aberta e, sendo o manual o principal instrumento de trabalho dos alunos, procurou-se selecionar e adaptar enunciados, tal como sugerido por Cai et al. (1996).

A busca por uma comunicação reflexiva, nomeadamente na gestão da discussão de tarefas, teve como intuito desenvolver nos alunos competências inerentes à argumentação (Cai et al., 1996). Ainda que a percentagem de alunos que apresentaram argumentação não seja notavelmente elevada, considera-se que a preocupação tida ao longo da prática para com esta dimensão deu resultados. Não obstante, refere-se ainda que esta dimensão é mais exigente do que a correção e clareza, do ponto de vista do raciocínio matemático, e que requer competências que precisam de ser estimuladas de forma continuada ao longo da escolaridade.

A combinação entre as subcategorias das três dimensões suprarreferidas culminou em seis níveis categoriais, desde o nível 0 ao nível 5. Em sintonia com as análises das dimensões e das suas subcategorias, verifica-se que os alunos comunicam com recurso à escrita, na sua maioria, de forma parcialmente correta e/ou parcialmente clara e com argumentação. Considera-se que este resultado é positivo, não só porque é o nível médio de uma escala de seis níveis, mas essencialmente por ser ainda um dos níveis que implica argumentação. Ainda que a argumentação apresentada pelos alunos não estivesse totalmente correta ou clara, este resultado revela que os alunos, em parte, adotaram uma postura reflexiva e crítica sobre o seu raciocínio.

Por fim, os resultados evidenciam também que a dimensão correção, mais do que a dimensão clareza, possibilitou a atribuição de níveis superiores à comunicação matemática escrita. Assim sendo, pode concluir-se que, na sua maioria, estes alunos escreveram com mais correção do que com clareza. Por outras palavras, as resoluções analisadas apresentavam um desempenho melhor na adequação de vocabulário, medidas, fórmulas e operações, do que o desempenho demonstrado em descrever os passos resolutivos de forma completa e estruturada.

## REFERÊNCIAS


Almeida, M. M. R. (2011). *Insucesso na matemática: as percepções dos alunos e as percepções dos professores* [Dissertação de mestrado]. Universidade Portucalense Infante D. Henrique do Porto.

Arends, R. I. (2008). *Aprender a Ensinar (*7º ed.). Editora McGraw-Hill.

Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo* (L. Antero e A. Pinheiro, Trad.). Edições, 70.

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., Timóteo, M. C., Damião, H., & Festas, I. (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática-Ensino Básico*. Lisboa: Governo de Portugal: Ministério da Educação e Ciência.

Boavida, A. M. (2005). *A argumentação em Matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. [Dissertação de doutoramento]. Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3140

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação. (M. J. Alvares, S. B. dos Santos e T. M. Baptista, Trad.).* Porto Editora.

Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125-153.

Cai, J., Jakabcsin, M.S. & Lane, S. (1996). Assessing Students' Mathematical Communication. *School Science and Mathematics*, 96, 238-246.

Cai, J., Magone, M. E., Wang, N. & Lane, S. (1996). A Cognitive Analysis of QUASAR's Mathematics Performance Assessment Tasks and Their Sensitivity to Measuring Changes in Middle School Students' Thinking and Reasoning. *Research in Middle Level Education Quarterly*, 19(3), 63-94.

Cândido, P. T. (2001). Comunicação em matemática. *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática* (pp. 15-28). Artmed.

Coutinho, C. P. (2019). *Metodologia de investigação em ciências sociais e humanas*. Almedina.

Ferreira, M. D. C. R. & Fernandes, S. M. R. (2012). Desenvolvimento e aprendizagem: da perspectiva construtivista à socioconstrutivista. *Psicologia da Educação. Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação: Psicologia da Educação*, *34*, 37-62.

Freixo, M. J. V. (2012). *Metodologia Científica: Fundamentos, Métodos e Técnicas* (4. ª ed.). Instituto Piaget.

Guerreiro, A. (2011). *Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática: Práticas no 1. º ciclo do ensino básico.* [Dissertação de doutoramento]. Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/5494

Kostos, K., & Shin, E. K. (2010). Using math journals to enhance second graders' communication of mathematical thinking. *Early Childhood Education Journal*, 38(3), 223-231.

Martinho, M. H. S. D. S. (2007). *A comunicação na sala de aula de matemática: um projecto colaborativo com três professoras do ensino básico*. [Dissertação de doutoramento]. Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/1523

Martins, G. D. O., Gomes, C. A. S., Brocardo, J., Pedroso, J. V., Camilo, J. L. A., Silva, L. M. U., ... & Rodrigues, S. M. C. V. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória.* Ministério da Educação e Ciência.

ME. (2018). *Aprendizagens Essenciais – Matemática 6.ºano*. Ministério da Educação.

ME-DEB (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. ME-DEB.

Moreira, S. A. & Fonseca, L. (2009). A comunicação e a resolução de problemas envolvendo padrões. *Actas do XIXEIEM EIEM*. Instituto Politécnico de Vila Real.

Phillips, E. & Crespo, S. (1996). Developing written communication in mathematics through math penpal letters. *For the learning of mathematics*, *16*, 15-22.

Ponte, J. P. (2005). Gestão Curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). APM.

Ponte, J. P., Martins, A., Nunes, F., Oliveira, I., Carvalho e Silva, J., Almeida, J., Serrazina, L. & Abrantes, P. (1998). *Matemática Escolar – Diagnóstico e Propostas. Coleção Educação para o Futuro*. Ministério da Educação.

Ponte, J. P., Serrazina, M. D. L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., ... & Oliveira, P. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Ministério da Educação.

Rodrigues, A. D. (2001*). Estratégias da Comunicação. Questão comunicacional e Formas de Sociabilidade* (3.ª ed.). Editorial Presença.

Ruas, J. (2017). *Como fazer propostas de investigação, monografias, dissertações e teses.* Escolar Editora.

Sá, A. C. D. & Zenhas, M. D. G. (2004). *Como abordar… a comunicação escrita na aula de matemática.* Areal Editores.

Sousa, M. J. & Baptista, C. S. (2011). *Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios segundo Bolonha*. Pactor Edições. Lidel.

Veia, L., Brocardo, J., & Ponte, J. P. D. (2015). *Práticas de comunicação em contextos de organização e tratamento de dados. Atas XXVI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 136-150). APM.

Whitenack, J. & Yackel, E. (2008). Construindo argumentações matemáticas nos primeiros anos: A importância de explicar e justificar ideias. *Educação e Matemática*, *100*, 85-88.

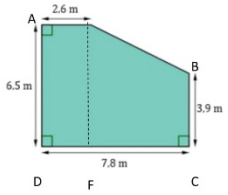
Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Normas sociomatemáticas, argumentação e autonomia em matemática. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458-477).

**Anexo I Tarefas para análise da comunicação matemática escrita**

*Tarefa 1*

Nome: _____Nº ____ Ano/Turma: _____ Data: ____/____/____

O senhor Joaquim quer saber a **área** do seu terreno, mas está com muitas dificuldades pois só aprendeu, até agora, a calcular a área de retângulos e triângulos.




Imagina que escreves uma carta ao senhor Joaquim para ajudá-lo nesta tarefa. Não te esqueças de **descrever** e **justificar** tudo o que pensaste.

Caro senhor Joaquim,

Em primeiro lugar pode _____

*Tarefa 2*

O Mário e o Artur estão a comparar números representados na forma de potência. Eles concordaram que o número $5^4$ é menor do que o número $5^8$. Contudo, discordam num ponto: o Mário diz que o número $5^8$ é o dobro do número $5^4$ e o Artur não concorda.

Qual dos dois amigos tem razão? Justifica a tua resposta.

**Porto Editora – Prisma 6.º ano (2017)**

*Tarefa 3*

O número 38 457 é um número primo ou um número composto? Justifica.

**Porto Editora – Prisma 6.º ano (2017)**

*Tarefa 4*

O número 38 457 é um número primo ou um número composto? Justifica a tua resposta recorrendo aos critérios de divisibilidade. Regista todos os passos.

**Enunciado adaptado de Porto Editora – Prisma 6.º ano (2017)**